Демонстрационный вариант

2-й части комплексной независимой диагностики по математике для педагогических работников, реализующих образовательные программы основного общего образования

Пояснение к демонстрационному варианту

Демонстрационный вариант предназначен для проведения 2-ой части комплексной независимой диагностики по математике для учителей, преподающих в 5-9 классах (далее – 2-я часть комплексной диагностики по математике) и направлен на оценку сформированности умения объективно оценивать ответы на задания с развернутым ответом контрольных измерительных материалов (далее – КИМ) в форме основного государственного экзамена (далее – ОГЭ) по математике с помощью метода балльно-критериальной оценки.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность ознакомиться со структурой 2-й части комплексной диагностики по математике, количеством заданий, с их формой и уровнем сложности.

В демоверсии представлены образы изображений с ответами на задания с развернутым ответом КИМ в форме ОГЭ по математике, критерии оценивания выполнения заданий и эталонные баллы оценивания ответов.

Инструкция по выполнению работы

Продолжительность комплексной диагностики составляет 60 минут: 15 минут отводится на ознакомление с критериями оценивания, 45 минут – на выполнение работы.

2-я часть комплексной диагностики по математике проводится в компьютерной форме.

Каждый вариант 2-ой части комплексной диагностики по математике включает:

- 4 работы с развернутыми ответами на задания;
- 6 заданий КИМ в формате ОГЭ по математике;
- 6 критериев оценивания заданий КИМ в форме ОГЭ по математике, утвержденных ФГБНУ «ФИПИ».

Участнику комплексной диагностики необходимо оценить представленные работы в соответствии с критериями.

При проведении 2-й части комплексной диагностики по математике дополнительные средства и материалы не используются.

Оценивание представленных работ осуществляется с помощью метода балльно-критериальной оценки, при котором каждому из содержательных критериев соответствует определенный балл.

Ответом на задание 2-й части комплексной диагностики является цифра, количество баллов по каждому критерию, соответствующее позиции оценивания выполнения задания, выставленное участником комплексной диагностики по математике за представленные работы.

Ответы записываются в виде цифры в специальное поле для ответов «Балл»/«Ответ отсутствует», соответствующее позиции оценивания выполнения задания, ответ на который был внесен/не внесен в бланк ответов.

Важно! Если ответ на задание отсутствует в изображении бланка, то необходимо поставить знак «Х» в соответствующее поле для ответов «Ответ отсутствует».

Пример оформления ответа:

Задания/Критерии	**Балл**	**Ответ отсутствует**
1	2	
2		Х

Часть № 2

<u>Задание для участника 2-й части комплексной диагностики по математике:</u>
оцените представленные работы на основе критериев оценивания, приведенных ниже, и внесите поставленный балл в поле для ответов.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x^2-2x+\sqrt{5-x}=\sqrt{5-x}+24$.

Решение.
При $x\le 5$ исходное уравнение приводится к виду:

$$x^2-2x-24=0,$$

откуда $x=-4$ или $x=6$. Условию $x\le 5$ удовлетворяет только решение $x=-4$.
Ответ: -4.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

21 Первые 500 км автомобиль ехал со скоростью 100 км/ч, следующие 100 км — со скоростью 50 км/ч, а последние 165 км — со скоростью 55 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.
Заметим, что всего автомобиль проехал $500+100+165=765$ (км), затратив на весь путь $\frac{500}{100}+\frac{100}{50}+\frac{165}{55}=10$ (часов). Таким образом, его средняя скорость равна $\frac{765}{10}=76,5$ (км/ч).
Ответ: 76,5 км/ч.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

22 Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2+8x+20 & \text{при} \quad x\ge -5, \\ -\dfrac{45}{x} & \text{при} \quad x<-5. \end{cases}$$

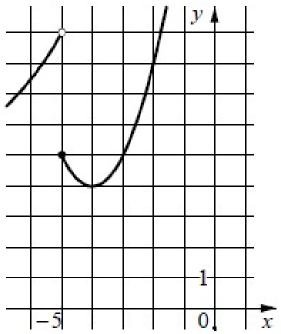
Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Построим график функции $y=-\dfrac{45}{x}$ при $x<-5$ и график функции $y=x^2+8x+20$ при $x\ge -5$.

Прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $0<m<4$ и при $m\ge 9$.

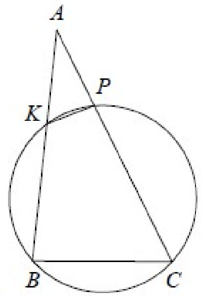
Ответ: $0<m<4$; $m\ge 9$.



Содержание критерия	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	2
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

23 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C. Найдите длину отрезка KP, если $AK=7$, а сторона AC в 1,4 раза больше стороны BC.

Решение.



Четырёхугольник $BKPC$ вписан в окружность, значит, $\angle KBC+\angle KPC=180^\circ$. Углы APK и CPK смежные, значит, их сумма также равна 180°. Получаем, что $\angle KBC=\angle APK$.

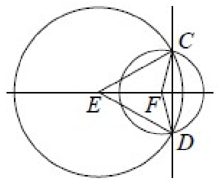
В треугольниках ABC и APK угол A — общий, $\angle KBC=\angle APK$, следовательно, эти треугольники подобны. Значит, $\dfrac{AK}{KP}=\dfrac{AC}{BC}=1{,}4$, откуда получаем, что $KP=\dfrac{AK}{1{,}4}=5$.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

24 Окружности с центрами в точках E и F пересекаются в точках C и D, причём точки E и F лежат по одну сторону от прямой CD. Докажите, что прямые CD и EF перпендикулярны.

Доказательство.

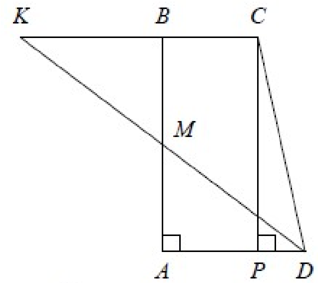


Точка E равноудалена от точек C и D, поэтому эта точка лежит на серединном перпендикуляре к отрезку CD. Аналогично, точка F лежит на серединном перпендикуляре к отрезку CD. Значит, прямая, содержащая точки E и F, является серединным перпендикуляром к отрезку CD.
Следовательно, прямые EF и CD перпендикулярны.

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

25 Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 8 и 10, а основание BC равно 2. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

Решение.



Пусть M — середина AB (см. рис.). Продолжим биссектрису DM угла ADC до пересечения с продолжением основания BC в точке K. Поскольку $\angle CKD = \angle ADK = \angle CDK$, треугольник KCD — равнобедренный, $KC = CD = 10$, тогда

$$KB = KC - BC = 10 - 2 = 8.$$

Из равенства треугольников AMD и BMK следует, что $AD = BK = 8$.

Проведём через вершину C прямую, параллельную стороне AB, до пересечения с основанием AD в точке P, тогда

$$PD = AD - AP = 8 - 2 = 6.$$

Треугольник CPD — прямоугольный, так как

$$CD^2 = 10^2 = 8^2 + 6^2 = PC^2 + PD^2.$$

Поэтому CP — высота трапеции. Следовательно,

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC)CP = 40.$$

Ответ: 40.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

<u>Бланки ответов:</u>

ВНИМАНИЕ! Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте

№20. $x^2-2x+\sqrt{5-x}=\sqrt{5-x}+24$ ОДЗ: $\sqrt{5-x}\geq 0$. $5-x\geq 0$. $x\leq 5$.

$x^2-2x-24=0$

$D=4+96=100=10^2$ $x_1=\frac{2+10}{2}=6$ $x_2=\frac{2-10}{2}=-4$

Ответ: -4 не подходит по ОДЗ

№21 Средняя скорость на пути – всё расстояние, поделённое на всё время

$v_{ср}=\frac{S_1+S_2+S_3}{t_1+t_2+t_3}$

$t_1=\frac{S_1}{v_1}$ Найдём время на каждом участке пути

1) $t_1=\frac{500}{100}=5$ (ч)

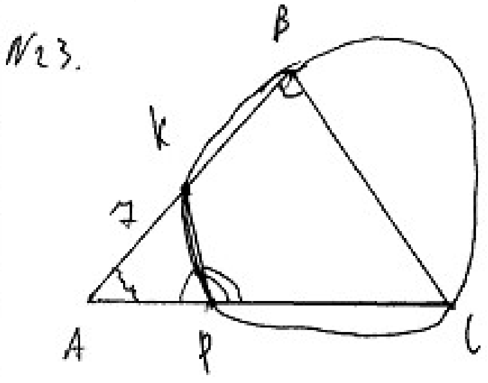
2) $t_2=\frac{100}{50}=2$ (ч)

3) $t_3=\frac{165}{55}=3$ (ч)

$v_{ср}=\frac{500+100+165}{5+2+3}=\frac{765}{10}=76{,}5$ (км/ч)

Ответ: $76{,}5$ км/ч

№23.



$AC=1{,}4\,BC \Rightarrow \frac{AC}{1{,}4}=\frac{BC}{1} \Rightarrow \frac{AC}{BC}=\frac{1{,}4}{1}$

Найти: KP

Решение: 1) KBCP – четырёхуг. впис. в окр. ⇒ $\angle KPC$ и $\angle KBC$ – противополож.

$\Rightarrow \angle KBC+\angle KPC=180^\circ \Rightarrow \angle KBC=180^\circ-\angle KPC$

$\angle APK$ и $\angle KPC$ – смежн. $\Rightarrow \angle APK+\angle KPC=180^\circ \Rightarrow \angle APK=180^\circ-\angle KPC$ ⇒

$\Rightarrow \angle APK=\angle KBC$

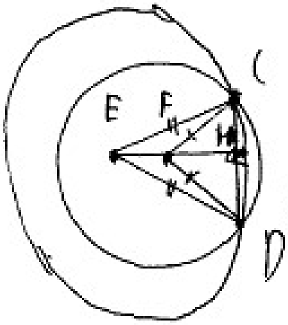
Оборотная сторона бланка НЕ ЗАПОЛНЯЕТСЯ. Используйте бланк ответов № 2 (лист 2).

2) $\angle APK = \angle KBC$, $\angle KAP$ – общий $\Big| \Rightarrow \triangle APK \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{KP}{BC} \Rightarrow \frac{AK}{KP} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{7}{KP} = \frac{1{,}4}{1}$ $\quad 1{,}4\,KP = 7 \;|:1{,}4 \quad KP = 5$ $\quad 70\,|\,14 \quad 5$

Ответ: 5

№ 24



Док-ть: $EF \perp CD$

Док-во: 1) доп. постр. EC и ED.

$EC = ED$ (радиусы) $\Rightarrow \triangle ECD$ – р/б

доп. постр. EH – высота; $EH \perp CD$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ EH – медиана $\Rightarrow$ H – ср. CD, $EH \perp CD$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ EH – серединный перпендикуляр.

2) доп. постр. FC и FD. $FC = FD$ (радиусы) $\Rightarrow$ расст. от точки F до концов отрезка CD равны $\Rightarrow$ точка F лежит на серед. перпендикуляре к отрезку CD $\Rightarrow$ F лежит на EH, $EH \perp CD$ $\Big| \Rightarrow EF \perp CD$ ч.т.д.

№22 $y = \begin{cases} x^2 + 8x + 20, \text{ при } x \geq -5 \\ -\frac{45}{x}, \text{ при } x < -5 \end{cases}$ $\quad y = m \quad 1$ об. т.

Разделим график на 2 части:

I) $y = x^2 + 8x + 20$ – квадратич. функция

1) $a > 0$ ↑

2) $X_в: \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2} = -4$ $\quad Y_в: 16 - 32 + 20 = 4$

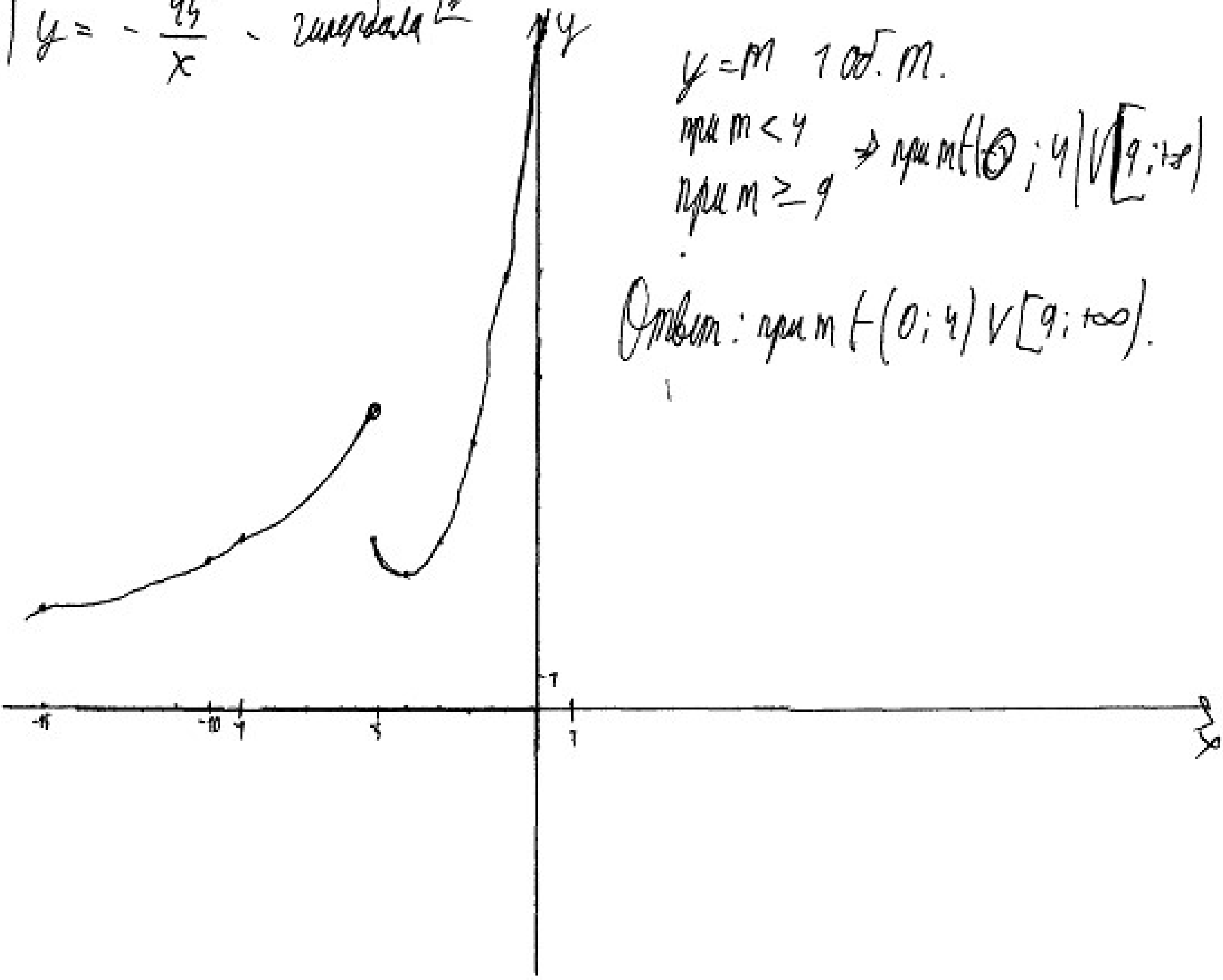
3)

x	-4	-5	-3	-2	-1	0
y	4	5	5	8	13	20

II) $y = -\frac{45}{x}$ – гипербола

1)

x	-5	-9	-10	-15
y	9	5	4,5	3



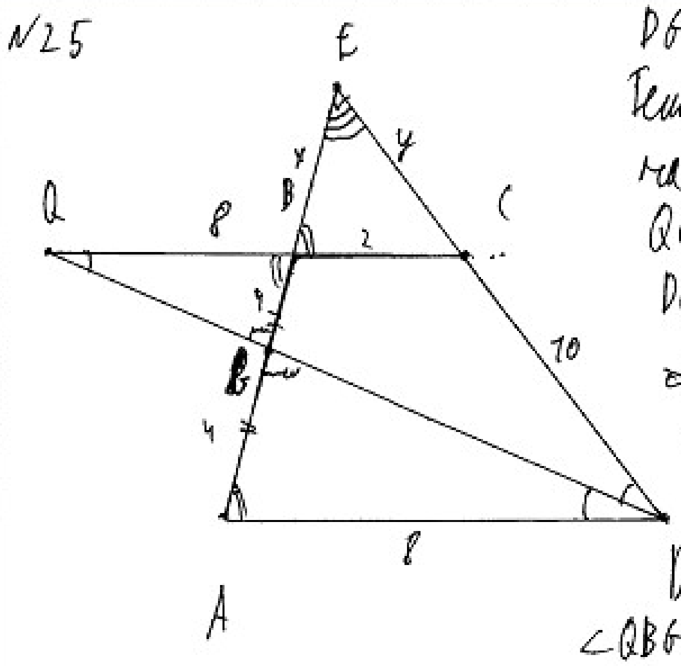
$y = m$ 1 об. т.

при $m < 4$

при $m \geq 9$ $\Rightarrow$ при $m \in (0; 4) \cup [9; +\infty)$

Ответ: при $m \in (0; 4) \cup [9; +\infty)$.

№25



DG — бисс-са $\angle ADC$ Найти: S_{ABCD} — ?

Решение: 1) продлим DG до точки Q, лежащей на прямой BC

$QC \parallel AD \Rightarrow \angle CQD = \angle ADQ$ — н.л. при сек. QD $\Big\} \Rightarrow$

DG — бис-са $\Rightarrow \angle CDQ = \angle ADQ$

$\Rightarrow \angle CQD = \angle CDQ \Rightarrow \triangle QCD$ — р/б $\Rightarrow$

$\Rightarrow QC = CD = 10$

$QC = BC + QB = QB + 2 = 10 \Rightarrow QB = 8.$

2) $\angle QGB = \angle AGD$ — верт. углы

$\angle QBG = \angle GAD$ — н.л. при сек. AB $\Big\} \Rightarrow$

G — сер. AB $\Rightarrow AG = GB$

$\Rightarrow \triangle QBG = \triangle AGD$ (по 2 углам и стороне между ними) $\Rightarrow QB = AD = 8$

3) продлим AB и CD до пересеч. в точке E. Пусть $BE = x$; $EC = y$

$\angle BAD = \angle EBC$ — соответств. при сек. AE $\Big| \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle BEC \Rightarrow$

$\angle AED$ — общ. угол

$\Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{ED}{EC} = \frac{AD}{BC} = \frac{x}{8+x} = \frac{y}{10+y} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$; $\frac{x}{8+x} = \frac{1}{4}$ $4x = 8+x$. $3x = 8$. $x = \frac{8}{3}$

$\frac{y}{10+y} = \frac{1}{4}$ $10+y = 4y$ $3y = 10$ $y = \frac{10}{3}$.

$\triangle BEC$: $BE : EC : BC = \frac{8}{3} : \frac{10}{3} : \frac{6}{3} = 8 : 10 : 6 = 4 : 5 : 3 \Rightarrow \triangle BEC$ (подобен египетскому) $\Rightarrow$

$BC = 2 = \frac{6}{3}$

$\Rightarrow \angle BEC = 90^\circ \Rightarrow \triangle BEC$ — прямоуг.; $\triangle AED$ — прямоуг.

4) $S_{ABCD} = S_{\triangle AED} - S_{\triangle BEC}$

$S_{\triangle AED} = AE \cdot ED \cdot \frac{1}{2}$ (△AED – прямоуг.) $= \left(8+\frac{8}{3}\right) \cdot \left(10+\frac{10}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{32 \cdot 40}{3 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{640}{9}$

$S_{\triangle BEC} = BE \cdot EC \cdot \frac{1}{2}$ (△BEC – прямоуг.) $= \frac{8}{3} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8 \cdot 10}{3 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{40}{9}$

$S_{ABCD} = \frac{640}{9} - \frac{40}{9} = \frac{600}{9} = \frac{200}{3}$

Ответ: $\frac{200}{3}$.

Ответ участника 2-й части комплексной диагностики по математике:

Задания/Критерии	Балл	Ответ отсутствует
20	0	
21	2	
22	1	
23	1	
24	2	
25	0	